

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Estudo do problema de localização de eletrodos na  
superfície torácica para leitura do sinal elétrico  
cardíaco**

Henrique Kokron Rodrigues

São Paulo  
2017

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Estudo do problema de localização de eletrodos na  
superfície torácica para leitura do sinal elétrico  
cardíaco**

Trabalho de Formatura apresentado na Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Henrique Kokron Rodrigues

Orientador: Prof. Dr. Raul Gonzalez Lima

Área de especialização: Engenharia Biomecânica

São Paulo  
2017

#### Catálogo-na-publicação

Rodrigues, Henrique Kokron

Estudo do problema de localização de eletrodos na superfície torácica para leitura do sinal elétrico cardíaco / H. K. Rodrigues -- São Paulo, 2017. 50 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Potencial elétrico no coração 2.Problema direto do ECG 3.Problema inverso do ECG I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

## RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo estudar o problema de localização de dois eletrodos diferenciados na superfície torácica, cuja função seria ler o potencial elétrico gerado pelo batimento cardíaco. O problema é motivado pela necessidade de incluir a leitura dessa informação em um aparelho de tomografia por impedância elétrica de maneira eficiente. O trabalho propõe então um método modular para a resolução do problema, esclarece as diferentes etapas e apresenta um exemplo prático. Os módulos são independentes em muitos aspectos, o que significa que o presente trabalho poderia ser estendido para o estudo aprofundado de cada um. Em cada etapa são discutidos diferentes métodos para resolução, assim como limitações e possíveis aprimoramentos. A resolução de um caso simplificado cobrindo todos os passos apresentados é fornecida para exemplificar e validar a metodologia. Nesse caso, é proposto um modelo simplificado de prisma com base elíptica para representar o torso baseada na geometria encontrada em [11]. O coração é representado por uma esfera inserida dentro desse sólido. Dentro da esfera o potencial é obtido de forma analítica, enquanto que na parte exterior ele é obtido de forma numérica, conforme [13].

**Palavras-chave:** *Potencial elétrico do coração. Problema direto do ECG. Problema inverso do ECG.*

# ABSTRACT

This work aims to study the problem of locating two differential electrodes on the thoracic surface, whose main function would be reading the electric potential generated by the heart beat. The problem is motivated by the need to efficiently include this type of reading in an electrical impedance tomography device. The work then proposes a modular method to solve the problem, clarifies the different steps, and gives a practical example. The methodology can be broken down to four main modules: Modeling of the physiological system, elaboration of a discrete model (ex: finite elements), solution of the inverse problem and the choice of electrode position. The modules are independent in many aspects, which means the present work could easily be continued in the form of an in-depth study of any one of them. At each step different solution methods are discussed, as well as limitations and possible improvements. A simplified case study covering all the steps presented is used to exemplify and validate the work. A simple prism with an elliptical base is used to represent the torso, based on the geometry found on [11]. The heart is represented by a sphere located inside this solid. The electric potential is calculated analytically inside this region using an ideal dipole as source, and numerically for the rest of the torso, as seen on [13].

**Key-Words:** *Cardiac Electric Potential. Forward ECG Problem. Inverse ECG Problem.*

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação do princípio de funcionamento de EIT . . . . .	2
Figura 2 – Exemplo da imagem produzida por um aparelho de EIT . . . . .	2
Figura 3 – Ilustração dos eletrodos V1 a V6 . . . . .	4
Figura 4 – Ilustração dos eletrodos localizados nos membros . . . . .	4
Figura 5 – Representação de um sinal de ECG típico . . . . .	5
Figura 6 – Evolução do potencial de ação no miocárdio . . . . .	9
Figura 7 – Sistema elétrico do Coração . . . . .	10
Figura 8 – Representação do domínio do modelo . . . . .	11
Figura 9 – Localização dos eletrodos . . . . .	14
Figura 10 – Sistema de coordenadas . . . . .	14
Figura 11 – Vista do eixo x . . . . .	15
Figura 12 – Vista do eixo y . . . . .	15
Figura 13 – Vista do eixo z . . . . .	15
Figura 14 – Visualização das superfícies da malha . . . . .	19
Figura 15 – Visualização dos elementos da malha . . . . .	19
Figura 16 – Evolução do potencial calculado - $t=30\text{ms}$ . . . . .	22
Figura 17 – Evolução do potencial calculado - $t=60\text{ms}$ (pico) . . . . .	22
Figura 18 – Evolução do potencial calculado - $t=90\text{ms}$ . . . . .	23
Figura 19 – Evolução do potencial calculado no modelo de referência . . . . .	23
Figura 20 – Diferença de potencial entre nós 73 e 74 . . . . .	26
Figura 21 – Diferença de potencial entre nós 123 e 130 . . . . .	27
Figura 22 – Diferença de potencial entre nós 123 e 130 . . . . .	27

## Lista de símbolos

$J$	Densidade de corrente, $A/m^2$
$E$	Campo elétrico, $N/C$
$\sigma$	Condutividade elétrica, $S/m$
$\phi$	Potencial elétrico, $V$
$n_B$	Vetor normal à superfície
$\bar{p}$	Vetor do momento dipolar, $C.m$
$\bar{r}$	Distância entre o centro do dipolo e um ponto qualquer, $m$
$\phi_0$	Condutividade da cavidade torácica, $S/m$
$\phi_H$	Condutividade do tecido cardíaco, $S/m$
$M_i$	Componente do momento dipolar na direção $i$ , $C.m$

## Sumário

<b>RESUMO</b>	<b>I</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>I</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>II</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>III</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Tomografia por impedância elétrica (EIT)	1
1.2 Eletrocardiograma (ECG)	3
<b>2 OBJETIVOS</b>	<b>6</b>
<b>3 METODOLOGIA</b>	<b>7</b>
3.1 Descrição das Etapas	7
<b>4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA</b>	<b>9</b>
4.1 Sistema físico	9
4.2 O coração no torso	10
4.3 Dipolo como fonte equivalente	12
4.4 Geometria do problema	13
<b>5 ELEMENTOS FINITOS</b>	<b>17</b>
<b>6 PROBLEMA INVERSO</b>	<b>20</b>
6.1 Construção de uma fonte equivalente	20
6.1.1 Produção dos dados	21
6.1.2 Estimativa dos parâmetros dipolares	24
<b>7 LOCALIZAÇÃO DOS ELETRODOS</b>	<b>26</b>
<b>8 CONCLUSÃO E APRIMORAMENTOS</b>	<b>29</b>
<b>9 REFERÊNCIAS</b>	<b>30</b>
<b>10 ANEXOS</b>	<b>32</b>
10.1 Programa de MATLAB	32
10.1.1 Programa principal	32
10.1.2 Função para leitura da malha	46
10.1.3 Função para exportar potencial elétrico calculado para gmsh	49



# 1 Introdução

O problema coberto nesse trabalho tem como principal motivação auxiliar no desenvolvimento de um tomógrafo por impedância elétrica. Ele pode ser colocado da seguinte maneira:

**Qual é a localização ótima de dois pares de eletrodos diferenciais na superfície torácica de forma que eles forneçam uma boa observação dos sinais elétricos produzidos pelo coração?**

Esse problema é similar ao já bem estabelecido Eletrocardiograma (ECG), porém está sujeito a algumas restrições de projeto por estar inserido no contexto de um aparelho de tomografia por impedância elétrica. O sinal elétrico do coração é uma informação importante para esse tipo de aparelho pois ela é utilizada para separar as fases de ventilação e perfusão do pulmão.

Duas grandes diferenças entre o problema apresentado e o ECG que devem ser ressaltadas são: o uso de eletrodos diferenciais ao invés de eletrodos com uma referência central; a quantidade limitada de medições (apenas duas). Restrições geométricas importantes também se aplicam, dado que o aparelho já ocupa uma porção considerável do tórax do paciente.

Para melhor contextualizar o projeto, as seções 1.1 e 1.2 oferecem uma breve apresentação dos temas de tomografia por impedância elétrica e eletrocardiograma, respectivamente.

## 1.1 Tomografia por impedância elétrica (EIT)

A tomografia por impedância elétrica é um procedimento não invasivo para monitorar o funcionamento dos pulmões em tempo real. Essa tecnologia tem sido implementada principalmente em pacientes internados em Unidades de Tratamento Intensivo (UTIs), onde o acompanhamento instantâneo das condições de respiração é crucial para a recuperação do paciente. A grande vantagem desse método é a capacidade de avaliar a dinâmica respiratória, ao invés de apenas aspectos fisiológicos, sendo possível observar áreas do pulmão que não estão inflando ou até não-homogeneidades na respiração.

A tomografia de Impedância Elétrica (EIT) estima a distribuição de condutividade dos tecidos a partir da injeção de corrente elétrica e leitura de potenciais elétricos na superfície torácica [1]. Para isso, comumente utiliza-se a injeção de uma corrente

de alta frequência e baixa amplitude, aplicada através de vários eletrodos dispostos ao redor do tórax, delimitando um plano transverso que permite a reconstrução da imagem de um corte axial dos pulmões. As correntes elétricas injetadas seguem trajetotos que variam de acordo com a distribuição de impedância dos tecidos e geometria do tórax. Na configuração mais comum, utiliza-se apenas dois eletrodos, um para injeção e outro para drenagem de corrente. Entretanto, existem dispositivos que injetam correntes por vários eletrodos ao mesmo tempo. As medidas de voltagens são coletadas pelos demais eletrodos e são usadas como entrada para a resolução de um problema inverso: sabendo a excitação imposta e os potenciais elétricos em diversos pontos, qual é a distribuição de condutividade que descreve o sistema?

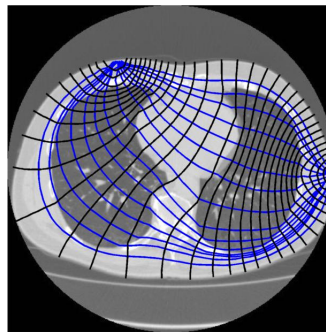


Figura 1 – Representação do princípio de funcionamento de EIT

A condutividade dos tecidos pode variar com o tempo, especialmente em tecidos sujeitos a passagem de fluidos ou gases. No caso do pulmão, esse valor pode ser muito destoante daquele encontrado em outros tecidos, gerando então uma situação de alto contraste. Isso facilita a visualização do órgão nesse tipo de exame. O aparelho de tomografia resolve o problema para cada instante de tempo medido e fornece uma imagem dinâmica da respiração. Velocidade de solução é um ponto crucial estudado nesse tipo de problema devido à necessidade de obter uma imagem praticamente em tempo real.

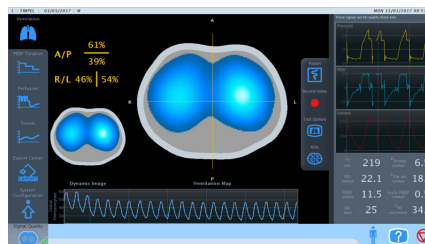


Figura 2 – Exemplo da imagem produzida por um aparelho de EIT

Diversos estudos ao longo dos últimos anos vêm provando a utilidade clínica de um acompanhamento mais detalhado da respiração em pacientes em estado grave, especialmente naqueles sujeitos à ventilação mecânica. Em [2], prova-se a capacidade de detectar a ocorrência de pneumotórax em tempo real com um algoritmo baseado em imagens criadas por EIT. Os estudos apresentados em [3] provam uma melhora em indicadores de qualidade respiratória para um grupo de porcos com lesões pulmonares sujeitos a respiração mecânica guiada por dados de EIT. Um outro campo interessante de aplicação de EIT é no acompanhamento do desenvolvimento respiratório de neonatos, como é discutido em [4].

O aumento da resolução e precisão da imagem produzida pelo aparelho pode trazer melhores resultados em análises clínicas e em diagnósticos. Dessa maneira, o problema proposto é relevante pois pode contribuir para essa melhora. Informações a respeito do sinal elétrico do coração podem ser usadas para melhor diferenciar as fases de perfusão e ventilação pulmonares.

## 1.2 Eletrocardiograma (ECG)

A metodologia proposta para resolução do problema surge principalmente da imposição de que os eletrodos medem valores diferenciais, ou seja a diferença de potencial entre os dois terminais. Os terminais normalmente têm uma pequena separação física, e, dado que a distribuição de potencial é relativamente suave e contínua, pontos próximos apresentam medidas similares. Dessa maneira, uma medida diferencial pode apresentar amplitude bem menor quando comparada a medidas tomadas em relação a um referencial comum. Além disso, o número de medidas utilizadas (duas) é menor que o padrão para registrar o sinal elétrico do coração. A seção a seguir discorre com um pouco mais de detalhe a cerca do Eletrocardiograma, procedimento utilizado em ampla escala na medicina para esse propósito.

De acordo com [5] os primeiros aparelhos de Eletrocardiograma foram desenvolvidos por Einthoven no começo do século passado. Foi o primeiro registro de atividade cardíaca por métodos não invasivos e sua vasta utilidade foi logo percebida. Diversos trabalhos contribuíram para que esse procedimento se tornasse o padrão clínico para avaliação da saúde cardíaca, dentre eles o de Wilson, que introduziu o conceito de um referencial independente. Vale mencionar ainda o trabalho de Kossman & Johnston (1935) e de Goldberger (1942) que adicionaram os eletrodos e derivações restantes que vieram a compor o Eletrocardiograma de 12 derivações padronizado, apresentado nas figuras 3 e 4 abaixo.

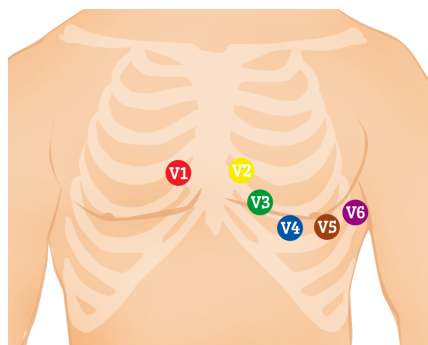


Figura 3 – Ilustração dos eletrodos V1 a V6

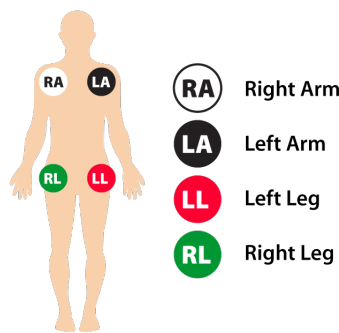


Figura 4 – Ilustração dos eletrodos localizados nos membros

O exame padrão consiste de 10 eletrodos e, a partir dessas medidas são construídas 12 derivações. Uma derivação é basicamente a combinação das medidas feitas em certas proporções e pode ser interpretada como a projeção da atividade cardíaca em algum plano. Dependendo da orientação do plano, a derivação deve conter mais informação a respeito de uma parte específica do coração. Assim, pode-se diferenciar de maneira aproximada as atividades elétricas nos átrios e ventrículos.

As avaliações clínicas baseadas em ECGs são geralmente qualitativas, e se têm como referência padrões de normalidade definidos empiricamente e oficializados por órgãos oficiais. Dessa maneira, diferentes desvios do padrão podem ser indicativos de uma série de diagnósticos. A simplicidade do ECG é ao mesmo tempo uma grande vantagem, pois fornece indicativos de vários quadros clínicos, porém raramente é suficiente para um diagnóstico final. Um sinal padrão de ECG é apresentado na figura 5.

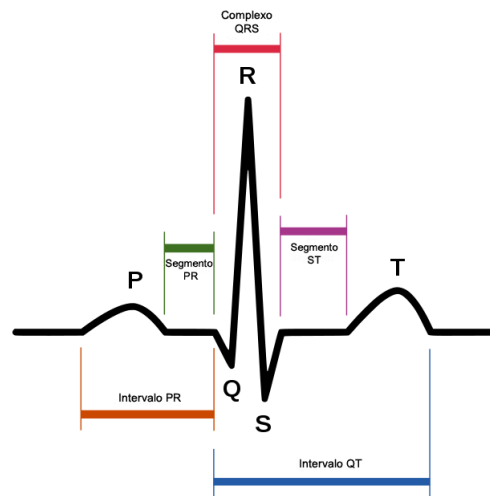


Figura 5 – Representação de um sinal de ECG típico

O sinal pode ser dividido em três partes: a onda P, o complexo QRS e a onda T. De maneira geral, a onda P representa a despolarização dos átrios, o complexo QRS a despolarização dos ventrículos e a onda T a repolarização dos ventrículos, finalizando o ciclo de batimento cardíaco. Esses processos serão explicados em maior detalhe depois.

## 2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é propor um método para resolver a questão:

**Qual é a localização ótima de dois pares de eletrodos diferenciais na superfície torácica de forma que eles forneçam uma boa observação dos sinais elétricos produzidos pelo coração?**

O resultado final deverá ser a localização dos pontos, bem como a apresentação das diferentes para se obter esses valores.

## 3 Metodologia

### 3.1 Descrição das Etapas

A metodologia para resolver o problema proposto consiste de 4 etapas. Cada etapa pode ser vista como um módulo e aprimoramentos podem ser feitos isoladamente de forma a contribuir para a melhoria da qualidade do resultado final. Chegou-se nessa metodologia a partir do seguinte exercício lógico:

1. Para se obter a melhor visualização da atividade cardíaca, é preciso encontrar dois pares de pontos no tórax, para os quais os pontos sejam próximos e apresentem potenciais suficientemente diferentes afim de prover uma leitura adequada.
2. Para encontrar esses pontos é preciso estimar o potencial elétrico em toda a superfície torácica, construindo o que é conhecido como um *Body Surface Potential Map* (BSPM).
3. Para construir um BSPM, é necessário estimar a excitação elétrica típica gerada por um batimento cardíaco, e como ela se propaga até a superfície.
4. É possível estimar a excitação padrão comparando medidas reais em um número limitado de pontos do tórax aos resultados de simulações para diferentes fontes elétricas equivalentes, em um modelo suficientemente fiel do tórax.
5. Por fim, é necessário encontrar um modelo matemático que represente bem o tórax.

Dessa maneira, a primeira etapa se encarrega de construir uma representação física e matemática suficientemente detalhada do sistema fisiológico. A segunda etapa possibilita que o problema seja resolvido numericamente, e estabelece a base para a construção do BSPM e para o processo iterativo de encontrar a melhor representação da atividade cardíaca. A terceira etapa procura encontrar os parâmetros que caracterizam uma excitação cardíaca típica. Por último, a quarta etapa estima um BSPM a partir dos parâmetros fornecidos pela terceira etapa e busca a melhor combinação de pontos para posicionamento dos eletrodos. A lista a seguir enumera cada módulo e as respectivas entradas e saídas.

1. Elaboração de modelo matemático que represente a fisiologia do problema

- Entradas: Descrição anatômica do torso e dos tecidos envolvidos, Imagens computadorizadas do torso (atlas anatômico); funcionamento do coração.
- Saídas: Geometria do problema; Modelo Físico-matemático (equações) que representam o sistema.

## 2. Modelo discreto e resolução do problema direto

- Entradas: Geometria do problema; Modelo Físico-matemático;
- Saídas: Modelo de Elementos Finitos;

## 3. Resolução do problema inverso

- Entradas: Modelo de Elementos Finitos; Medições de potencial elétrico em alguns pontos da superfície torácica; Modelo Físico-matemático da excitação cardíaca.
- Saídas: Parâmetros que descrevem uma fonte equivalente padrão; avaliação da qualidade do modelo direto.

## 4. Posicionamento dos eletrodos

- Entradas: Parâmetros da fonte; Problema direto.
- Saídas: Posição ótima dos eletrodos.



## 4 Modelagem matemática do problema

### 4.1 Sistema físico

Antes de procurar obter equações que descrevem a dinâmica da propagação de potencial elétrico cardíaco pelo coração e torso, é preciso entender fisiologicamente o que acontece durante o ciclo cardíaco.

O coração humano possui dois tipos principais de células, os miócitos comuns e células denominadas *pacemakers* (marca-passo). Estas últimas têm a característica muito particular de manterem um ritmo de excitação por si só, sem que haja ação externa. Elas são responsáveis por ditarem o ritmo cardíaco. As outras células respondem de acordo, em um processo conhecido como despolarização. Este processo é regulado pela relação entre o potencial elétrico do interior da célula e o meio externo, e durante sua ocorrência há o surgimento de canais de íons nas membranas das células. Eles possibilitam o fluxo de certos íons ( $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ) para dentro e fora da célula, de maneira a manter o equilíbrio eletrostático. Quando somados, estes fluxos geram uma corrente líquida que passa pela célula. A propagação da despolarização para várias células é o que causa a contração muscular que constitui um batimento cardíaco. A figura abaixo mostra um processo comum de despolarização cardíaca.

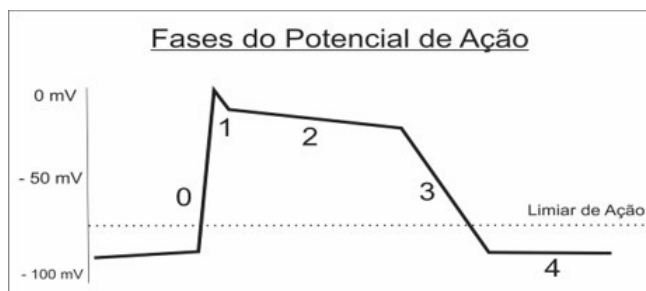


Figura 6 – Evolução do potencial de ação no miocárdio

A transmissão do potencial para todas as regiões do coração é feita através de um sistema elétrico especializado representado na figura 7 e é conhecida como a evolução do potencial de ação. As células marca-passo concentram-se no Nó Sinoatrial e no Nó Atrioventricular, e depois continuam nas Fibras de Purkinje.

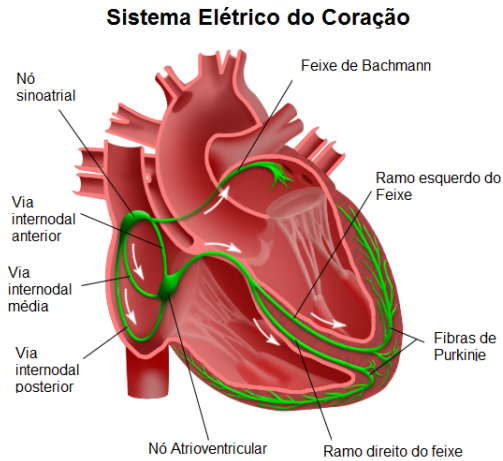


Figura 7 – Sistema elétrico do Coração

É importante ressaltar essa configuração pois é ela que define as características do batimento cardíaco. O primeiro deslocamento do potencial de ação, do Nó sinoatrial para o Nó Atrioventricular é extremamente rápida e tem como consequência a despolarização e contração atrial. O desenvolvimento da despolarização até as Fibras de Purkinje causa então a contração ventricular. Como há mais massa muscular nos ventrículos, essa perturbação é significativamente maior, e isso é percebido no sinal lido pelo ECG, como foi descrito na introdução.

Hoje há diversos modelos que explicam o funcionamento celular, e sistemas avançados para descrever a propagação do potencial de ação ao longo do coração. Em [5] há um capítulo inteiro que discorre sobre as diferentes metodologias, ressaltando métodos preocupados em descrever com o maior detalhe possível os processos bioquímicos envolvidos, enquanto outros procuram modelos matemáticos que consigam representar o potencial de ação. Dentre os primeiros, um modelo amplamente utilizado (não só no campo da cardiologia) é o desenvolvido por Hodgkin e Huxley.

## 4.2 O coração no torso

Avançando para uma perspectiva um pouco mais ampla, é necessário entender o impacto que o potencial elétrico do coração tem nos tecidos que o envolvem. Uma hipótese fundamental desse modelo é que o coração é a única fonte de excitação dentro do tórax, de maneira que o espaço restante da cavidade torácica pode ser encarado como um condutor passivo. Em uma representação simplificada, esse cenário é exemplificado na figura que segue, onde  $H$  denota a região do coração,  $T$  o resto do torso e  $n_i$  os vetores normais às interfaces entre as regiões.

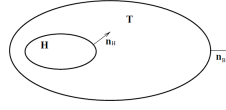


Figura 8 – Representação do domínio do modelo

As equações que regem os fenômenos eletromagnéticos neste meio são derivadas do grupo de equações conhecidas como Equações de Maxwell, juntamente à equação da continuidade. De maneira geral, algumas simplificações podem ser adotadas:

1. As excitações ocorrem em frequências relativamente baixas e, portanto, a aproximação por um problema quasi-estático é adequada para o caso tratado [5].
2. O campo elétrico pode ser representado pelo gradiente de um campo escalar que, no caso, é o potencial elétrico.
3. A condutividade do ar na interface torso-ar pode ser considerada nula, de maneira que não há fluxo de corrente para fora do corpo.

A equação da continuidade e as expressões para o campo elétrico e a densidade de corrente são apresentadas a seguir. Elas já levam em consideração a condição exposta no segundo ponto, bem como o fato de que a densidade de corrente total é a soma da gerada à resultante do processo de condução no meio.

$$\nabla \cdot J = 0 \quad (4.1)$$

$$J = J_s + \sigma_0 E \quad (4.2)$$

$$E = -\nabla \cdot \phi_0 \quad (4.3)$$

Onde  $J$  é a densidade de corrente total,  $J_s$  é densidade de corrente gerada pela fonte,  $\sigma_0$  a condutividade do meio,  $E$  o campo elétrico e  $\phi_0$  é o campo de potencial elétrico. Substituindo uma equação na outra, obtemos a equação final que rege o fenômeno:

$$\nabla \cdot (\sigma_0 \nabla \cdot \phi_0) = \nabla \cdot J_s \quad (4.4)$$

A terceira hipótese é necessária para definir uma das condições de contorno do problema, e pode ser expressada da seguinte maneira:

$$(\sigma_o \nabla \phi_o) \cdot n_B = 0 \quad (4.5)$$

Como foi explicado anteriormente, o coração é o único agente que contribui para o termo de geração de corrente. Essa questão é explorada na próxima seção.

### 4.3 Dipolo como fonte equivalente

Como foi coberto na primeira parte deste capítulo, os fenômenos que ocorrem no coração durante o batimento cardíaco são bastante complexos. Sua representação detalhada é extremamente interessante, porém quando se adota a perspectiva apresentada na seção passada, é muito natural procurar alguma maneira simplificada de representar o termo  $J_s$ . Essa estratégia pode ser entendida como a adoção de uma fonte equivalente.

O primeiro a perseguir essa linha de pensamento foi o próprio Eithoven, que sugeriu a utilização de um dipolo ideal de centro fixo para representar o sinal elétrico do coração. Juntamente ao trabalho desenvolvido com ECGs, Eithoven sugeriu a interpretação das diferentes medidas para cada derivação como projeções das componentes do momento que caracteriza o dipolo, no que viria a ser conhecido como o triângulo de Einthoven, e o princípio do campo da vectorcardiologia. Vale notar o trabalho desenvolvido por Frank [6] nesse campo.

Conforme os estudos no campo foram evoluindo, a noção de que toda a atividade cardíaca poderia ser resumida pela ação de um dipolo fixo ficou obsoleta. Em [7], o autor debate sobre as implicações de se utilizar uma fonte equivalente, e sobre a sua complexidade. De maneira muito lógica, ele coloca que a complexidade da fonte equivalente deve ser proporcional à quantidade de medidas e informações que podem ser registradas na superfície torácica. Quanto maior o número de parâmetros da fonte, maior a quantidade de dados coletados. Ele também apresenta alternativas como a utilização de um dipolo com origem móvel, múltiplos dipolos simultâneos, e dipolos de ordem elevada. Outros estudos interessantes de determinação de fontes equivalentes incluem Brody [8] e Okada [9].

Por razão de simplicidade, foi decidido usar o modelo de dipolo para expressar a fonte equivalente. Mesmo não sendo a representação mais fiel possível, em [7] defende-se que ela pode servir como uma boa simplificação, e é utilizada até mesmo em modelos avançados como mostra [5], onde o detalhamento da geometria ajuda a compensar a falta de complexidade da fonte.

O potencial elétrico ( $\phi_{\text{inf}}$ ) produzido por um dipolo ideal em um ponto  $P$  localizado em um meio homogêneo e infinito é:

$$\phi_{\text{inf}} = \frac{\bar{p} \cdot \bar{r}}{4\pi\sigma_{\text{inf}}r^3} \quad (4.6)$$

Onde  $\bar{p}$  é o vetor do momento dipolar,  $\bar{r}$  é o vetor da origem até o ponto  $P$ , e  $\sigma_{\text{inf}}$  é a condutividade do meio. O vetor do dipolo pode ser descrito por  $\bar{p} = [M_x, M_y, M_z]$ , sendo que  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  são os parâmetros que queremos determinar.

## 4.4 Geometria do problema

Além da definição de todos os processos fisiológicos envolvidos e da obtenção de modelos matemáticos que os descrevam, a caracterização do problema não estaria completa sem que houvesse um detalhamento do meio no qual ele ocorre. Isso envolve o mapeamento dos diferentes tecidos dentro da cavidade torácica, e a respectiva condutividade de cada tecido. A agregação desses dados é conhecida pela terminologia Atlas Anatômico. Diversas técnicas são utilizadas para a elaboração desses mapas, campo que ganhou muita tração nos últimos anos com o avanço das técnicas de obtenção imagens, como ressonância magnética (MRI) e tomografia computadorizada (CT), e com o aumento do poder de processamento computacional dessas imagens. Algumas iniciativas se destacam, como a detalhada em [10]. O *Visible Human Project* tem como objetivo criar uma grande base de dados com imagens detalhadas de MRI e CT para um ser humano do sexo masculino e feminino. A iniciativa é gerenciada pelo governo americano, porém os dados não são abertos para livre utilização do público.

Em [11] foi encontrado uma base de dados com diversas imagens de ressonância magnética para um indivíduo do sexo masculino de aproximadamente 30 anos. O trabalho tem como principal intuito fornecer estes dados ao público acadêmico, para que eles possam servir de referência na resolução de problemas de modelagem cardíaca. Utilizando uma base de dados comum, a comparação direta de performance dos diferentes métodos é muito mais aplicável. Além das imagens de MRI, os autores fornecem o registro de 100s de batimento cardíaco em 32 eletrodos localizados no tórax do paciente. A amostragem é de 1ms, portanto há 100.000 pontos para cada canal, um *dataset* extenso que pode ser muito útil na resolução de problemas como o apresentado nesse trabalho.

Infelizmente, devido à complexidade envolvida na análise das imagens de MRI e sua subsequente transformação em um mapa anatômico que pudesse ser utilizado nessa tese, optou-se pela utilização de uma geometria simplificada. Esse é um dos principais pontos fracos do trabalho apresentado, e, caso ele seja continuado, o primeiro ponto a ser abordado para aprimoramento da qualidade geral do trabalho.

Dito isso, os dados fornecidos por [11] foram aproveitados utilizando a localização dos eletrodos na superfície torácica. A disposição dos eletrodos pode ser consultada na figura 9.

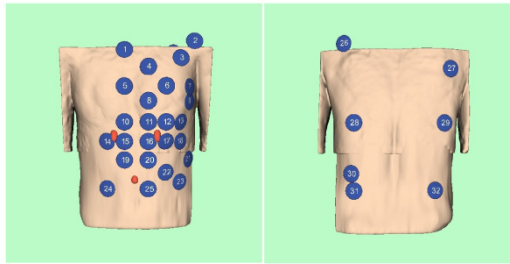


Figura 9 – Localização dos eletrodos

Os pontos vermelhos representam marcadores utilizados durante a realização das imagens, e servem para definir a referência. A origem do sistema de coordenadas se encontra entre os dois pontos horizontais, como indica a figura X.

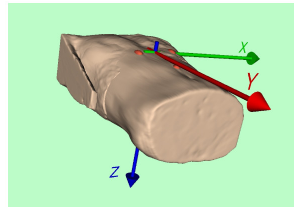


Figura 10 – Sistema de coordenadas

Para a construção da geometria utilizada, os eixos  $y$  e  $z$  foram rotacionados de maneira que no modelo apresentado  $z = -y$  e  $y = z$ . Isso foi feito por questão de convivência e conformidade com o programa utilizado para gerar a modelo de elementos finitos, *gms*.

A geometria final foi obtida aproximando o formato descrito pelos pontos por um prisma com base elíptica e altura que cobrisse todos os eletrodos. O método utilizado para calcular os parâmetros da elipse foi mínimos quadrados, considerando as coordenadas  $x$  e  $y$  dos pontos dos eletrodos. O sólido final tem base elíptica com maior braço  $a = 13\text{cm}$ , menor braço  $b = 10\text{cm}$  e altura  $h = 38,5\text{ cm}$ . Os limites da superfície são  $9.45 \leq x \leq 16.6$ ,  $-0.8 \leq y \leq 19.2$  e  $-12.4 \leq z \leq 26.1$  em centímetros, sendo que  $y < 9.15$  representa a parte anterior do tórax e  $Z$  está orientado da cintura em direção à cabeça. As figuras 11, 12 e 13 demonstram a geometria.

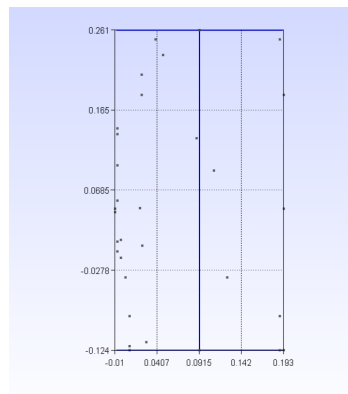


Figura 11 – Vista do eixo x

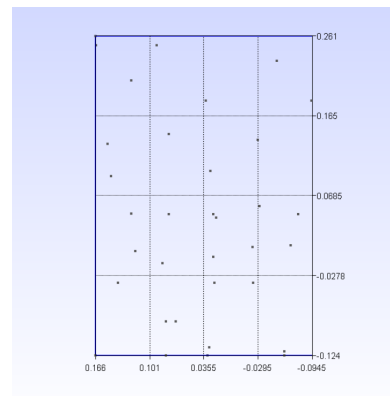


Figura 12 – Vista do eixo y

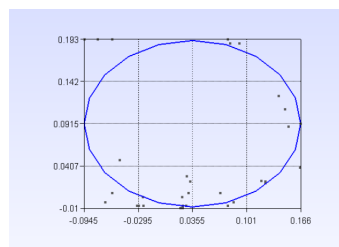


Figura 13 – Vista do eixo z

Por fim, ainda está no escopo da geometria definir a condutividade do meio. É válido ressaltar que, dada a simplicidade do modelo geométrico, foi escolhido um meio homogêneo e isotrópico, ou seja, de condutividade constante e de mesmo valor em todas as direções de propagação do potencial.

Após breve consulta da bibliografia [5], atribuiu-se os seguintes valores (em S/m) à condutividade da cavidade torácica e do coração:

$$\sigma_0 = 0.22 \tag{4.7}$$

$$\sigma_H = 0.5 \tag{4.8}$$



## 5 Elementos finitos

Dado tudo que foi apresentado no capítulo anterior, para obter-se um problema discreto precisamos de:

- Uma solução discreta para a equação 4.5
- Uma maneira de incluir a fonte equivalente representada pelo dipolo
- Uma malha que represente a geometria apresentada

O método utilizado com maior frequência é a solução por Elementos Finitos. Ela consiste em dividir o espaço em uma malha de pequenos elementos, definidos pelas posições geométricas dos seus nós. O número de elementos, mais especificamente, o número de nós, somado ao número de graus de liberdade de cada nó, determina a ordem de grandeza do problema. Os graus de liberdade representam o número de variáveis cujo valor deve ser determinado em cada nó. No caso desse trabalho, deseja-se apenas determinar o valor do potencial elétrico em relação a uma referência fixa.

De maneira geral, o desenvolvimento do modelo de elementos finitos (FEM) foi baseado na referência bibliográfica [12], o livro "A first course in the Finite Element Method" por Daryl L. Logan. A representação de um problema por elementos finitos culmina na resolução do seguinte sistema:

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (5.1)$$

Onde  $\{F\}$  é o vetor global de esforços nodais,  $[K]$  a matriz global de rigidez, e  $\{d\}$  o vetor contendo todas as variáveis nodais, conforme os graus de liberdade do problema. Eles são resultado do agrupamento de matrizes e vetores construídos para cada elemento individualmente.

A equação 4.5 é muito semelhante ao caso apresentado no capítulo 13 da referência [12], no qual o problema de transferência de calor em um sólido é explicado em detalhe. A demonstração foi estendida para o caso tri-dimensional e adotada como solução da equação em questão. Neste caso,  $\{d\}$  foi chamado de  $\{u\}$ , e representa o potencial elétrico em cada nó da malha. Um parâmetro importantíssimo do modelo é o tipo de elemento escolhido. Neste caso, são utilizados exclusivamente tetraedros lineares, ou seja, com nós apenas nos vértices do elemento. Outro fator importante é a definição das funções de forma, que nada mais são do que uma descrição matemática de como a variável em questão varia entre um nó e outro. Em [5] o autor discorre sobre diferentes

possibilidades de implementação dessas funções, citando vantagens e desvantagens. A mais simples dentre elas é a função linear, que é utilizada neste trabalho.

A implementação do método pode ser consultada com maior detalhe no apêndice, que contém o código de *MATLAB* com o cálculo de todas as matrizes.

A transferência quase que imediata do exemplo da bibliografia para o caso tratado na tese só foi possível por causa da eliminação do termo  $J_s$  da equação 4.4, que se refere a densidade de corrente produzida pela fonte cardíaca. No trabalho apresentado em [13], o autor avalia diferentes métodos para inclusão da excitação causada por um dipolo em um programa de elementos finitos. Ao longo do texto, afirma-se que um problema regido pela equação de Poisson (caso da equação 4.4), pode ser traduzido para um problema regido pela equação de Laplace ( $\nabla \cdot (\nabla \phi) = 0$ ), dadas as condições de contorno adequadas. Dos métodos apresentados, o quarto método foi adotado aqui, isto é, a remoção de um pequeno volume que contém o dipolo. Na avaliação conduzida pela estudo, esse método teve a segunda melhor performance e sua aplicação é extremamente simples.

Retirou-se, portanto, uma esfera de 6cm de diâmetro, com centro nas coordenadas  $x = 0$ ,  $y = 0$  e  $z = 10cm$ . Essa localização foi escolhida com base nas imagens fornecidas em [11].

No domínio dentro da esfera, o potencial elétrico é calculado analiticamente usando a equação 4.6. Esse potencial é imposto como condição de contorno do problema nos nós presentes na superfície da esfera, e o potencial nos demais nós é calculado numericamente.

Posto isso, a malha final foi criada no programa *gms*. Ela é composta por 476 nós, e 1620 elementos. As figuras 14 e 15 apresentam duas visões diferentes da malha, a primeira mostra as superfícies, enquanto a segunda os elementos.

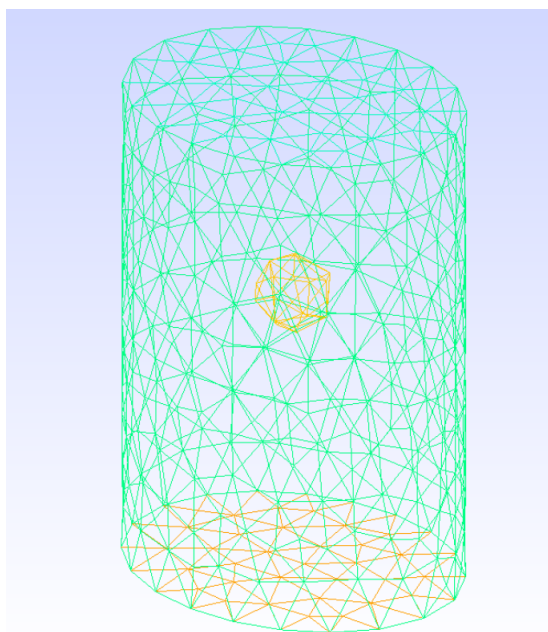


Figura 14 – Visualização das superfícies da malha

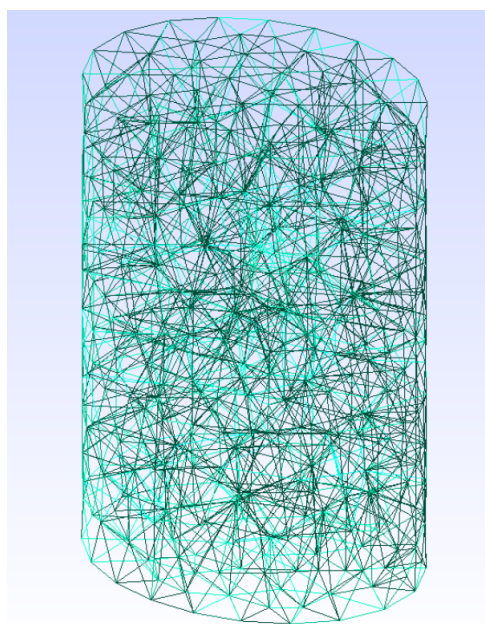


Figura 15 – Visualização dos elementos da malha

## 6 Problema Inverso

O problema inverso do Ecocardiograma, como é conhecido o problema em questão, é extremamente complexo, porém já muito bem documentado e com diversas tentativas diferentes de resolvê-lo. A motivação para seu intenso estudo é clara: caso fosse possível determinar com precisão o potencial em diferentes regiões do coração apenas com a leitura do potencial na superfície externa do corpo, diversas enfermidades e defeitos cardíacos poderiam ser facilmente detectados. Infelizmente, a dificuldade do problema não nos permite utilizá-lo para análises clínicas em larga escala ainda. Entretanto, as pesquisas realizadas em [14] e [15] apresentam resultados promissores na identificação de falhas cardíacas a partir da resolução do problema inverso.

### 6.1 Construção de uma fonte equivalente

Uma grande parte dos estudos nesse campo foca no problema de localização de fontes equivalentes, que é o que queremos resolver nessa etapa. Um dos principais fatores que contribuem para isso, é que a imposição de uma fonte equivalente restringe o espaço das possíveis soluções, o que ajuda a mitigar um dos principais obstáculos para a resolução desse problema: o fato de que ele geralmente é mal-condicionado.

Em [16] os autores descrevem os principais passos a serem seguidos para resolver um problema clássico de localização de fonte, que são enumerados a seguir:

1. Representar a estrutura física com um modelo computacional o mais real possível.
2. Assumir um valor inicial para os parâmetros da fonte.
3. Avaliar o erro da solução do problema direto na geometria definida em relação a dados medidos.
4. Estabelecer uma função de custo e procurar os parâmetros que a minimizam.

Os mesmos autores resolvem um caso muito similar ao proposto aqui (dipolo fixo) em [17], com a principal diferença sendo o maior detalhamento do modelo geométrico.

Em um primeiro momento, tentou-se construir uma fonte equivalente a partir das leituras de potencial elétrico fornecidas por [11], porém, em concordância com o que foi estabelecido logo acima, a simplicidade do modelo geométrico impossibilitou essa abordagem. Depois de várias tentativas, o modelo simplesmente não convergia, isto é, não era possível encontrar um trio para  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  que representassem bem os potenciais indicados pelos eletrodos.

### 6.1.1 Produção dos dados

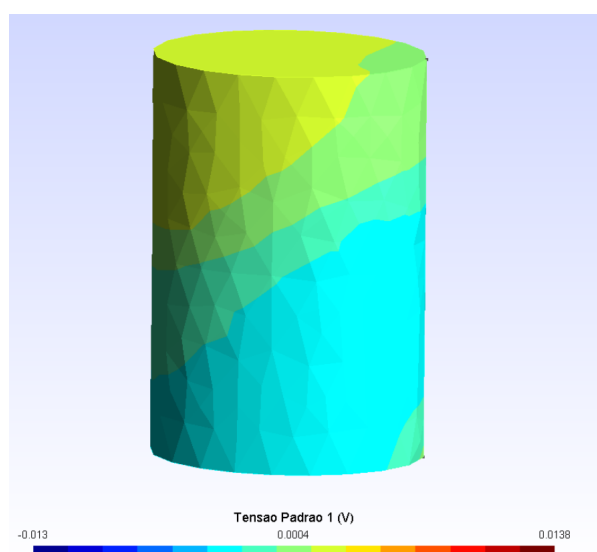
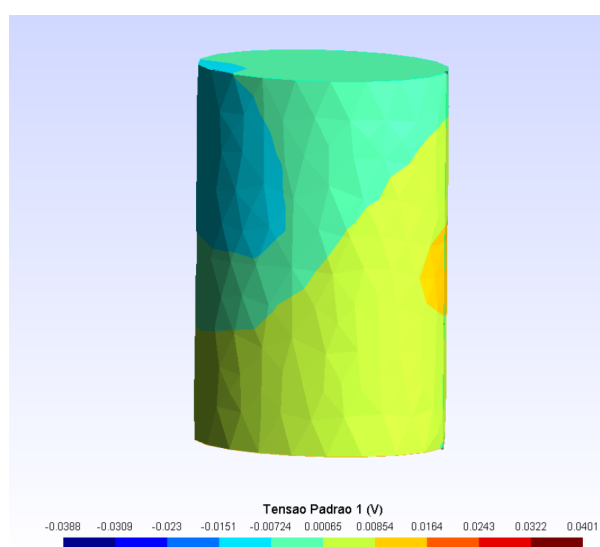
Foi decidido então adotar uma abordagem diferente. Tomando por exemplo trabalhos como [17] e [18], dados foram produzidos artificialmente para serem usados como dados medidos.

Para obter esses dados, primeiro foram estabelecidos arbitrariamente valores de  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  para alguns instantes de tempo ao longo do complexo QRS. Segundo [19], o complexo QRS normal dura aproximadamente 120ms, e assim os valores dos parâmetros foram escolhidos para  $t = 0\text{ms}$ ,  $t = 30\text{ms}$ ,  $t = 60\text{ms}$  e  $t = 90\text{ms}$  e  $t = 120\text{ms}$ , sendo que 60ms representa o pico da atividade elétrica durante o complexo. A tabela apresenta os valores utilizados. Os valores dos dipolos são dados em  $C \cdot m$  e estão multiplicados por  $10^4$  para maior clareza.

Tabela 1 - Parâmetros do dipolo

t (ms)	$M_x$	$M_y$	$M_z$
0	0	-1.45	4.38
30	-4.69	0.55	6.57
60	18.82	10.04	-11.83
90	2.41	9.69	-1.2
120	0	0	0

Esses valores foram escolhidos baseados nos resultados encontrados em [20], e alterados para que o resultado se assemelhasse visualmente aos resultados apresentados na página 319 em [5]. As imagens 16, 17 e 18 mostram os resultados obtidos, que podem ser comparados aos da figura 19, encontrada na referência [5]. Todas as imagens são da região anterior do torso durante o complexo QRS. Percebe-se que na ápice da atividade cardíaca, figura 17, a polarização observada é bastante semelhante aos torsos do canto superior direito da figura 19. Da mesma maneira a figura 18 é bem semelhante aos instantes seguintes, presentes no canto inferior esquerdo da figura 19.

Figura 16 – Evolução do potencial calculado -  $t=30\text{ms}$ Figura 17 – Evolução do potencial calculado -  $t=60\text{ms}$  (pico)

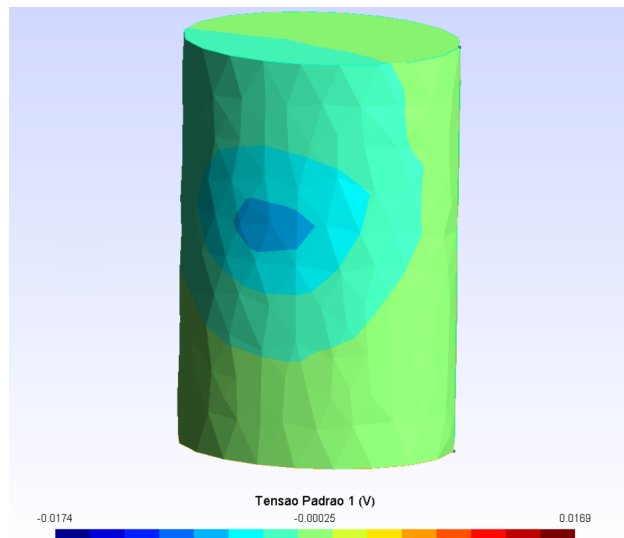
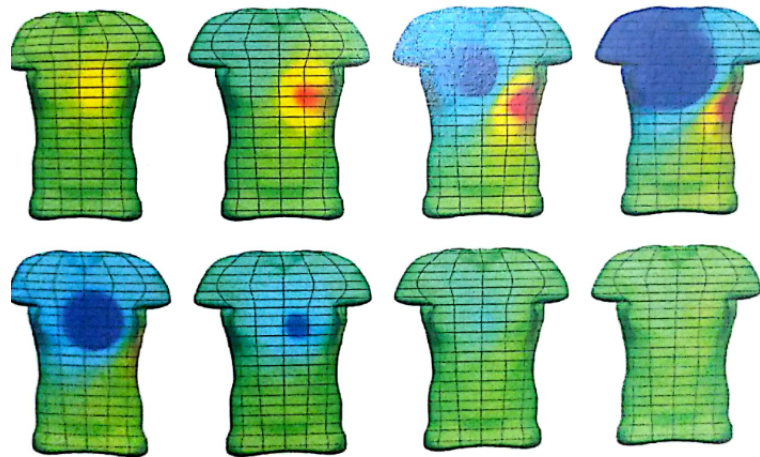
Figura 18 – Evolução do potencial calculado -  $t=90\text{ms}$ 

Figura 19 – Evolução do potencial calculado no modelo de referência

Os parâmetros da tabela 1 foram então interpolados linearmente no tempo para se obter uma lista de parâmetros que cobrisse o complexo inteiro. Assim, foi obtido uma lista de parâmetros  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  para todos os instantes do complexo QRS. Essa fonte fictícia foi utilizada para calcular (através da solução do problema direto) o potencial nos 32 nós que representam os eletrodos. Ao potencial calculado, foi adicionado um valor randômico variando entre -1 e 1, e da ordem de  $\mu V$ , que está de acordo com o erro normalmente experienciado nessas medidas. O potencial registrado na superfície torácica é da ordem de  $mV$ . O valor do potencial nesses 32 eletrodos é o conjunto

de dados considerado como leitura, e será usado como entrada para a resolução do problema inverso.

Vale ressaltar aqui que a interpolação linear dos parâmetros do dipolo no tempo acaba por diminuir muito a resolução do problema, e, portanto, reforça o caráter qualitativo do estudo. Sem um modelo geométrico anatomicamente exato, não é possível encontrar uma fonte equivalente de maneira satisfatória.

### 6.1.2 Estimativa dos parâmetros dipolares

A partir das 'leituras' produzidas, foi resolvido o problema inverso de localização da fonte equivalente. Normalmente, quando se trata de problemas inversos, procura-se criar uma função de transferência entre os parâmetros que devem ser estimados e os dados medidos. Nesse caso, ela poderia ser representada como na equação abaixo.

$$[A]\{M\} = \{V\} \quad (6.1)$$

Onde  $M$  é o vetor com os parâmetros do dipolo,  $V$  um vetor com o potencial nos 32 eletrodos e  $A$  uma matriz  $32 \times 3$  que mapeia uma grandeza a outra. Diz-se problema inverso pois, uma vez mapeada a matriz  $A$ , tenta-se resolver o equação partindo de um vetor  $V$  conhecido.

$$\{M\} = [A]^{-1*} \{V\} \quad (6.2)$$

Onde  $[A]^{-1*}$  denota a pseudo-inversa da matriz  $A$ . Geralmente esse processo implica em uma série de complicações decorrentes da natureza esparsa da matriz  $A$ , ou da multiplicidade de soluções. Técnicas de regularização precisam ser aplicadas e isso requereria grande parte dos esforços destinados ao trabalho. Isso reforça o que foi dito ao apresentar a metodologia de resolução. Cada etapa pode ser estudada e aprimorada por si só.

Dessa maneira, foi escolhido adotar um método muito mais simples porém custoso computacionalmente, a busca exaustiva. A estimativa dos parâmetros do dipolo foi feita para cada instante e foi obtida através da variação consecutiva de dos seus valores em  $1 \cdot 10^{-5}$ , no intervalo de  $-2 \cdot 10^{-4} \leq M_i \leq 2 \cdot 10^{-4}$ . O erro foi avaliado usando a soma da diferença quadrática dos valores nos 32 pontos de referência.

Uma vantagem em utilizar medidas produzidas é que sabe-se exatamente os parâmetros impostos em cada instante de tempo, então é simples avaliar se o dipolo encontrado pelo método iterativo se aproxima do original. Esse método é muito útil para estudos que visam estudar o desempenho de métodos inversos. A tabela 2 mostra a comparação para alguns instantes.



Tabela 2 - Comparação entre parâmetros calculados e originais

t (ms)	$Mx_0$	$My_0$	$Mz_0$	$Mx_c$	$My_c$	$Mz_c$
0	0	-1.45	4.38	0	-0.2	0.4
30	-4.69	0.55	6.57	-5.0	1.0	7.0
60	18.82	10.04	-11.83	19.0	10.0	-12.0
90	2.41	9.69	-1.2	2.0	10.0	-1.0
120	0	0	0	0.0	0.9	1.0

## 7 Localização dos eletrodos

A última etapa da resolução é também a mais simples. A partir dos parâmetros encontrados no final do último capítulo, o problema direto é resolvido mais uma vez para cada instante. A saída desse cálculo é o BSPM estimado que foi introduzido na apresentação da metodologia. Ele representa uma estimativa do potencial elétrico em diversos pontos da superfície torácica ao longo de um batimento cardíaco (nesse caso, ao longo do complexo QRS). Justamente com essa estimativa que podemos tentar encontrar o melhor par de pares de eletrodos diferenciais.

Para se adequar às imposições de projeto causadas pelo aparelho de impedância por tomografia elétrica, uma faixa de 6cm de comprimento de  $z = 0$  até  $z = 6cm$ , no centro do tórax foi marcada como inadequada para a localização de eletrodos. Além disso, supondo que um paciente de UTI passa a maior parte do tempo deitado, todos os nós da parte de trás do corpo ( $y > 9.15cm$  no modelo do *gmsH*) foram excluídos do espaço das possíveis soluções. A terceira restrição geométrica imposta é que os eletrodos que compõem um par não podem estar separados por mais do que 5 centímetros.

Para todos os nós restantes, foi calculado para cada instante e para cada par a amplitude do sinal diferencial entre eles. Os melhores pares foram escolhidos com base na amplitude média ao longo do complexo QRS. As figuras 20 e 21 mostram o sinal de cada eletrodo e o sinal diferencial para os dois melhores pares (73 e 74 - 123 e 130). A abscissa dos eixos representa o tempo em ms, e a ordenada o potencial elétrico em mV.

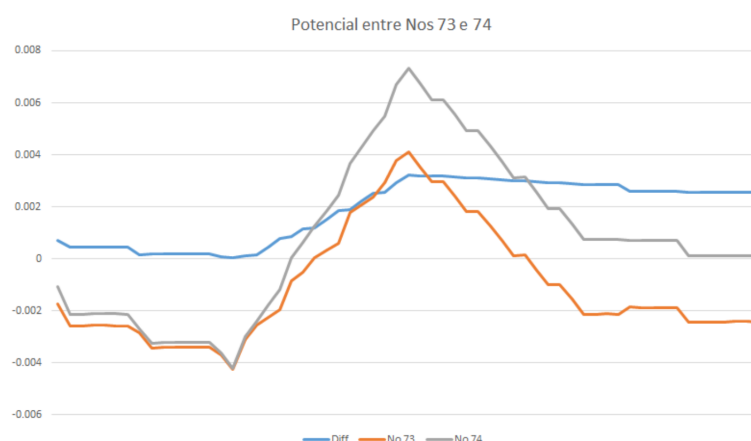


Figura 20 – Diferença de potencial entre nós 73 e 74

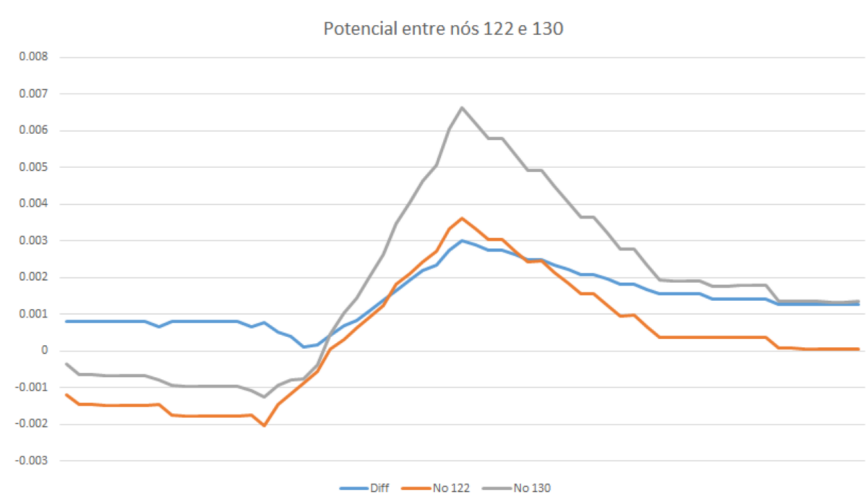


Figura 21 – Diferença de potencial entre nós 123 e 130

A localização geométrica desses 4 pontos é apresentada (em metros) na tabela 3. Dada a simplicidade do modelo, não é possível fornecer a localização anatômica correspondente com precisão, porém é possível ver na figura 22 - os pontos vermelhos correspondem aos eletrodos - que um par está localizado no centro do torso (o que seria a barriga) e orientado na horizontal, enquanto o outro está na parte superior esquerda (um pouco acima do coração) e orientado na diagonal.

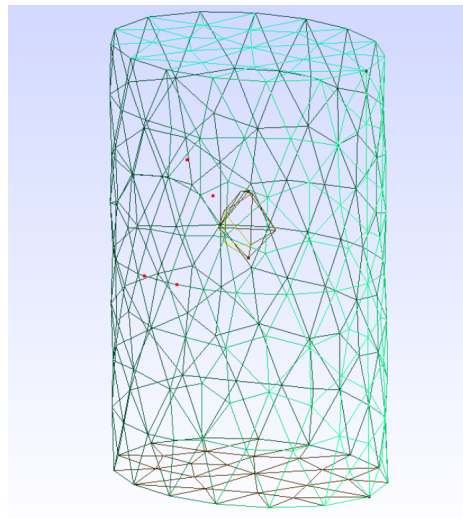


Figura 22 – Diferença de potencial entre nós 123 e 130

Tabela 3 - Localização dos eletrodos

Nó	x	y	z
73	-0.0055	-0.0034	0.0685
74	0.0338	-0.0085	0.0685
122	0.0454	-0.0082	0.1834
130	0.0710	-0.0047	0.1540

## 8 Conclusão e aprimoramentos

No trabalho apresentado, procurou-se esclarecer diversos processos envolvidos na determinação de potenciais elétricos associados ao batimento cardíaco, desde a explicação dos aspectos fisiológicos até a tentativa de reconstruir um mapa de potenciais elétricos para o tórax. As diferentes etapas estão relacionados através de suas entradas e saídas, porém podem ser encaradas como módulos independentes, que podem ser estudados e aprimorados individualmente, contribuindo assim para a solução global. Entretanto, uma ressalva importante deve ser feita. Se o intuito é resolver o problema como um todo, é importante que as etapas sejam estudadas e melhoradas na ordem em que aparecem. Especialmente o detalhamento da geometria tem uma influência enorme na aplicabilidade dos métodos que seguem. Como foi visto na bibliografia, para geometrias suficientemente detalhadas, até mesmo a fonte equivalente mais simples (dipolo fixo) fornece resultados interessantes. Já um modelo complicado em uma geometria demasiadamente simples não obtém resultados interessantes.

Em problemas dessa natureza, a iniciativa tomada por [11] é extremamente interessante. Ao disponibilizar dados de maneira livre e incentivar que diferentes grupos de pesquisa utilizem essa informação como base comum para comparar resultados, os autores contribuem muito para o desenvolvimento da área.

Para finalizar, ficam as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Detalhamento da geometria baseado nas diferentes imagens de MRI fornecidas por [11].
- Elaboração de malhas mais detalhadas e estudar efeitos da não-homogeneidade na solução.
- Análise da sensibilidade do método a variações entre pacientes.

## 9 Referências

- [1] Brown, B.H. Electrical Impedance Tomography (EIT) – A Review. J. Med. Eng. Technol. 27(3): 97–108, 2003.
- [2] Costa EL.; Chaves CN.; Gomes S.; Beraldo MA.; Volpe MS.; Tucci MR.; Schettino IA.; Bohm SH.; Carvalho CR.; Tanaka H.; Lima RG.; Amato MB. Real-time detection of pneumothorax using electrical impedance tomography. Crit Care Med. 2008 Apr;36(4).
- [3] Wolf GK.; Gómez-Laberge C.; Rettig JS.; Vargas SO.; Smallwood CD.; Prabhu SP.; Vitali SH.; Zurakowski D.; Arnold JH. Mechanical ventilation guided by electrical impedance tomography in experimental acute lung injury. Crit Care Med. 2013 May;41(5)
- [4] Heinrich S., Schiffmann H., Frerichs A., Klockgether-Radke A., Frerichs I. Body and head position effects on regional lung ventilation in infants: an electrical impedance tomography study. Intensive Care Med. 2006 Sep;32(9)
- [5] PULLAN, A.J.; BUIST, M.L.; CHENG, L.K., Mathematically Modelling the Electrical Activity of the Heart - From Cell to Body Surface and Back Again, World Scientific, Singapore, 2005.
- [6] Frank, E. An accurate, Clinically Practical System for Spatial Vectorcardiography.
- [7] Geselowitz, DB. Dipole Theory in Electrocardiography.
- [8] Martin R.O.; Cox J.W.; JR., Keller F.W.; Terry F.H.; Brody D.A. Equivalent Cardiac Generators: Two moving dipoles and Moving Dipole and Quadripole. Annals of Biomedical Engineering 2, págs. 164-182, 1974.
- [9] Okada. R.H.; Potentials produced by an eccentric current dipole in a finite-length circular conducting cylinder
- [10] U.S. National Library of Medicine, disponível em: [https://www.nlm.nih.gov/research/visible/getting\\_data.html](https://www.nlm.nih.gov/research/visible/getting_data.html) . Acesso em: 15 de Dezembro de 2017.
- [11] Koch H., Ralf-Dieter Bousseljot R.D.; Kosch O.; Jahnke C.; Paetsch I.; Fleck E.; Schnackenburg B. A reference dataset for verifying numerical electrophysiological

heart models. Biomed Eng Online, 2011. /

[12] LOGAN D.L.; A First Course in Finite Element Method, Thomson, Toronto (Canada), 2007.

[13] Schimpf P.H.; Ramon C.; Haueisen J. Dipole Models for the EEG and MEG. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 49, NO. 5, Maio de 2002.

[14] Nielsen, B.F.; Lysaker M.; Tveito A. On the use of the resting potential and level set methods for identifying ischemic heart disease: An inverse problem. Journal of Computational Physics, v. 220, págs. 772–790 , 2007.

[15] Sapp, J.L.; Dawoud, F.; Clements, J.C.; Horáček, B.M. Inverse Solution Mapping of Epicardial Potentials Quantitative Comparison With Epicardial Contact Mapping. Circ Arrhythm Electrophysiol, Outubro de 2012.

[16] Aitidis I.; Gogou P.; Bonovas P.; Panagiotidis H.; Kyriacou G. Equivalent Cardiac Dipole Localization From ECG Data using Proer Orthogonal Decomposition. 2011 10th International Workshop on Biomedical Engineering.

[17] Kyriacou G.; Xanthis C.G. Localization of an Equivalent Central Cardiac Electric Dipole for Electrocardiography Applications. ResearchGate.

[18] de Guise J.; Gulrajani, R.M.; Savard P.; Guardo R.; Roberge F.A. Inverse Recovery of Two Moving Dipoles from simulated torso potentials distributions on a realistic human torso model. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. BME-32, NO. 2, Fevereiro de 1985.

[19] SciELO - Scientific Electronic Library Online. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0066-782X2009001800001](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0066-782X2009001800001). Acessado em 12 de Dezembro de 2017.

[20] Nagenthiran N.; Ghista D.N.; Prasad V.R. Heart depolarization vector locus cardiogram and its clinical diagnostic applications. Journal of Mechanics in Medicine and Biology Vol. 12, No. 5, 2012

## 10 ANEXOS

### 10.1 Programa de MATLAB

#### 10.1.1 Programa principal

```
%% GET BODY SURFACE POTENTIAL MAP DATA
```

```
electrodes_location = [1,-52,-231,48;
                        2,165,-250,39;
                        3,123,-207,22;
                        4,33,-183,22;
                        5,-29,-136,-7;
                        6,78,-143,-7;
                        7,151,-131,88;
                        8,28,-98,-7;
                        9,147,-92,109;
                        10,-31,-56,-7;
                        11,21,-42,-10;
                        12,24,-46,-10;
                        13,123,-47,20;
                        14,-69,-9,-3;
                        15,-23,-7,-7;
                        16,24,5,-7;
                        17,85,13,-3;
                        18,118,-2,23;
                        19,-24,36,3;
                        20,23,36,3;
                        21,139,36,125;
                        22,69,83,8;
                        23,29,114,28;
                        24,-61,119,8;
                        25,31,124,8;
                        26,92,-250,188;
                        27,-94,-183,193;
                        28,78,-46,193;
                        29,-78,-46,193;
```



```

30,81,83,188;
31,81,124,188;
32,-61,124,193];

%I simply changed the orientation axis to be more convient with gmsh (i could
%electrodes new location
eloc = [electrodes_location(:,1), electrodes_location(:,2)*0.001 ,electrodes.

%% LOAD GMSH FILE and get some basic info
[nodes,elements,tampa1_nodes,tampa2_nodes,lateral_nodes,esfera_nodes]=load_spl

%GET MESH INFO
%number of nodes
nn = size(nodes,1);
%number of elementes ne
ne = size(elements,1);
%number of nodes for each element
nne = size(elements,2);

nn_surf = size(lateral_nodes);
nn_esf = size(esfera_nodes);

% get the nodes closest to the electrodes
electronodes = []; %matrix with electrode and closest node
for i=1:32
    ex = eloc(i,2); ey = eloc(i,3); ez = eloc(i,4); %electrode coordinates
    mindist = 10000;
    closest_node=0;
    for j=1:nn_surf
        node_number = lateral_nodes(j);
        nx = nodes(node_number,1); ny = nodes(node_number,2); nz = nodes(node_nu
        dist = sqrt( (ex - nx)^2 + (ey - ny)^2 + (ez - nz)^2 ); %distance
        if dist < mindist
            closest_node = j;
            mindist = dist;
        end
    end
end

```

```

    end
    % if mindist*1000<25 %filter out nodes that could not fit the ellipse -- too b
    electronodes = [electronodes; i, closest_node, mindist*1000 ];
    %end
end

kept_electrodes = electronodes(:,1);

%DEFINE FISICAL PARAMETERS
%conductivity %%22 segundo o livro
Kxx = 0.22;
Kyy = 0.22;
Kzz = 0.22;
k_inf = 0.50; %myocardium conductivity

%% FORWARD PROBLEM STATEMENT

%DECLARE PROBLEM VARIABLES [K]*{u} = {f}
u = zeros(nn,1);
f = zeros(nn,1);
K = zeros(nn,nn);

% COMPUTE GLOBAL STIFFNESS [K] MATRIX -- this will be the same for all problems
for el = 1:ne

    De = [Kxx 0 0
          0 Kyy 0
          0 0 Kzz]; %case for the isotropic element

    %get the nodes indexes for each element
    i = elements(el,1);
    j = elements(el,2);
    m = elements(el,3);
    o = elements(el,4);

    %get the x,y and z coordinates for each node

```

```

xi = nodes(i,1); yi = nodes(i,2); zi = nodes(i,3);
xj = nodes(j,1); yj = nodes(j,2); zj = nodes(j,3);
xm = nodes(m,1); ym = nodes(m,2); zm = nodes(m,3);
xo = nodes(o,1); yo = nodes(o,2); zo = nodes(o,3);

```

```
%VOLUME
```

```

VolM = [ 1 xi yi zi
         1 xj yj zj
         1 xm ym zm
         1 xo yo zo];

```

```
V = det(VolM);
```

```

alfa1M = [xj yj zj
          xm ym zm
          xo yo zo];

```

```

alfa2M = -1*[xi yi zi
             xm ym zm
             xo yo zo];

```

```

alfa3M = [xi yi zi
          xj yj zj
          xo yo zo];

```

```

alfa4M = -1*[xi yi zi
             xj yj zj
             xm ym zm];

```

```

alfa1 = det(alfa1M);
alfa2 = det(alfa2M);
alfa3 = det(alfa3M);
alfa4 = det(alfa4M);

```

```

beta1M = -1*[1 yj zj
             1 ym zm
             1 yo zo];

```

```
beta2M =      [1 yi zi
                1 ym zm
                1 yo zo];
```

```
beta3M = -1*[1 yi zi
              1 yj zj
              1 yo zo];
```

```
beta4M =      [1 yi zi
                1 yj zj
                1 ym zm];
```

```
beta1 = det(beta1M);
beta2 = det(beta2M);
beta3 = det(beta3M);
beta4 = det(beta4M);
```

```
gama1M = [1 xj zj
          1 xm zm
          1 xo zo];
```

```
gama2M = -1*[1 xi zi
              1 xm zm
              1 xo zo];
```

```
gama3M = [1 xi zi
          1 xj zj
          1 xo zo];
```

```
gama4M = -1*[1 xi zi
              1 xj zj
              1 xm zm];
```

```
gama1 = det(gama1M);
gama2 = det(gama2M);
gama3 = det(gama3M);
```

---

```

gama4 = det(gama4M);

delta1M = -1*[1 xj yj
              1 xm ym
              1 xo yo];

delta2M =      [1 xi yi
                1 xm ym
                1 xo yo];

delta3M = -1*[1 xi yi
              1 xj yj
              1 xo yo];

delta4M =      [1 xi yi
                1 xj yj
                1 xm ym];

delta1 = det(delta1M);
delta2 = det(delta2M);
delta3 = det(delta3M);
delta4 = det(delta4M);

N1 = [alfa1; beta1; gama1; delta1];
N2 = [alfa2; beta2; gama2; delta2];
N3 = [alfa3; beta3; gama3; delta3];
N4 = [alfa4; beta4; gama4; delta4];

N = [N1,N2,N3,N4];

%B MATRIX
B = 1/V/6*[beta1 beta2 beta3 beta4
           gama1 gama2 gama3 gama4
           delta1 delta2 delta3 delta4];

Ke = B'*De*B;

```

```
%disp(e1);
%disp(i);disp(j);disp(m);
%disp(Ke);
%disp('next element');

%ASSEMBLING THE K MATRIX
for a = 1:nne
    %isso so vale pra elementos com 3 nodes
    if a==1
        node1=i;
    elseif a==2
        node1=j;
    elseif a==3
        node1=m;
    else
        node1=o;
    end

    for b = 1:nne
        if b==1
            node2=i;
        elseif b==2
            node2=j;
        elseif b==3
            node2=m;
        else
            node2=o;
        end
        %add the corresponding value to the right place

        K(node1,node2)= K(node1,node2) + Ke(a,b);
    end
end
end
```

```

disp('rank of K');
disp(rank(K));

%since the matrix doesn't change with each iteration i will leave this out
%of the while error< e loop

%% DIPOLE MODEL
% produce n_readings of the
%DEFINE IDEAL DIPOLE PARAMETERS -- only moments will vary
dp_ctr = [0.0355, 0.0915, 0.1];
%initial guess -- change this according to the the time
Mx0 = 0; My0 = -2*(10^-5); Mz0 = 4.38*(10^-5);
mx = Mx0; my = My0; mz = Mz0;
moment_vector = []; measured_results = [];

for t=0:2:120

u = zeros(nn,1);
f = zeros(nn,1);

        if (0<t)&&(t<=30)
            mx = (-0.15633*t)*(10^-5);
            my = (0.07*t - 1.45)*(10^-5);
            mz = (0.073*t + 4.38)*(10^-5);
        end

        if (30<t)&&(t<=60)
            mx = (0.783*(t-30) - 4.69)*(10^-5);
            my = 0.32*(t-30)*(10^-5);
            mz = (-0.6133*(t-30) + 6.57)*(10^-5);
        end

        if (60<t)&&(t<=90)
            mx = (-0.547*(t-60)+18.82)*(10^-5);
            my = (-0.01167*(t-60) + 10.04)*(10^-5);
            mz = (0.3543*(t-60) - 11.83)*(10^-5);
        end
end

```

```

if (90<t)&&(t<=120)
    mx = (-0.08033*(t-90) + 2.41)*(10^-5);
    my = (-0.0323*(t-90) + 9.69)*(10^-5);
    mz = (0.04*(t-90) -1.2)*(10^-5);
end

dp_mom = [mx , my, mz];
dp_module = sqrt(mx^2 + my^2 + mz^2);

pot_esf = [];
%CALCULATE POTENTIAL AT EACH NODE ON THE SPHERE -- our model for the
for i=1:nn_esf
    node_number = esfera_nodes(i);
    nx = nodes(node_number,1); ny = nodes(node_number,2); nz = nodes(node_number,3);
    r_vector = [nx - dp_ctr(1), ny - dp_ctr(2), nz - dp_ctr(3)];
    r_dist = sqrt(r_vector(1)^2 + r_vector(2)^2 + r_vector(3)^2 );
    pot = sum(r_vector.*dp_mom)/(4*pi*k_inf*(r_dist^3));

    pot_esf = [pot_esf; node_number, pot];
    %u(node) = pot; already sets boundary conditions
end %output is pot_esf

% INPUT SPHERE NODES AS AN INPUT TO THE FORWARD PROBLEM

for i=1:size(pot_esf,1)
    node = pot_esf(i,1);
    u(node) = pot_esf(i,2);
end %output is u() with sphere potentials

%INPUT BOUNDARY CONDITION TO FORWARD PROBLEM
K_final = K;
f_final = f;

%change K matrix
%boundary condition of first node = 0
K_final(1,:) = 0;

```



```

K_final(:,1) = 0;
K_final(1,1) = 1;

%change rest of matrix
for i = 2:nn
    if u(i,1)~= 0
        for j=1:nn
            K_final(i,j)= 0;
            f_final(j,1)= f_final(j,1) - K_final(j,i)*u(i,1);
            K_final(j,i)= 0;
        end
        K_final(i,i) = 1;
        f_final(i,1) = u(i,1);
    end
end %output is K_final and f_final

%SOLVE PROBLEM
u_final = linsolve(K_final,f_final);

%create 'measured data'
error = (-1+ (2)*rand(size(electronodes,1),1))*(10^-5);
measured_pot = u_final(electronodes(:,2)) +error;

% store results
moment_vector = [moment_vector ; t mx my mz];
measured_results = [measured_results , [t;measured_pot]];

%           %write potential field to gmsh file
%           time_str = int2str(t);
%           filename = strcat(time_str,'ms.msh');
%           write_gmsh_vectorfield(nn,filename,u_final);
end

%% ITERATIVE SOLUTION TO ESTIMATE DIPOLE SOURCE
dipole_found = [];
for t=1:61

```

---

```

emin = 1000;
best_results=[];
for mx=-0.00020:0.00001:0.00020
    disp(mx);
    for my=-0.00020:0.00001:0.00020
        for mz=-0.00020:0.00001:0.00020

            u = zeros(nn,1);
            f = zeros(nn,1);

            dp_mom = [mx , my, mz];
            dp_module = sqrt(mx^2 + my^2 + mz^2);

            pot_esf = [];
            %CALCULATE POTENTIAL AT EACH NODE ON THE SPHERE -- our model for the
            for i=1:nn_esf
                node_number = esfera_nodes(i);
                nx = nodes(node_number,1); ny = nodes(node_number,2); nz = nodes
                r_vector = [nx - dp_ctr(1), ny - dp_ctr(2),  nz - dp_ctr(3)];
                r_dist = sqrt(r_vector(1)^2 + r_vector(2)^2 + r_vector(3)^2 ); %
                pot = sum(r_vector.*dp_mom)*(1/(4*pi*k_inf*(r_dist^3)));

                pot_esf = [pot_esf; node_number, pot];
                %u(node) = pot; already sets boundary conditions
            end %output is pot_esf

            % INPUT SPHERE NODES AS AN INPUT TO THE FORWARD PROBLEM

            for i=1:size(pot_esf,1)
                node = pot_esf(i,1);
                u(node) = pot_esf(i,2);
            end %output is u() with sphere potentials

            %INPUT BOUNDARY CONDITION TO FORWARD PROBLEM
            K_final = K;
            f_final = f;

```

```

%change K matrix
%boundary condition of first node = 0
K_final(1,:) = 0;
K_final(:,1) = 0;
K_final(1,1) = 1;

%change K matrix
for i = 2:nn
    if u(i,1)~= 0
        for j=1:nn
            K_final(i,j)= 0;
            f_final(j,1)= f_final(j,1) - K_final(j,i)*u(i,1);
            K_final(j,i)= 0;
        end
        K_final(i,i) = 1;
        f_final(i,1) = u(i,1);
    end
end %output is K_final and f_final

%SOLVE PROBLEM
u_final = linsolve(K_final,f_final);

%compute error
calc_pot = u_final(electronodes(:,2)); %array with Forward problem
ref_pot = measured_results(2:33,t); % 'measured' data for that time

% calculated squared error
et=0;
for ei=1:32
    e = (ref_pot(ei) - calc_pot(ei) )^2;
    et = et+e;
end

if et<emin
    emin = et;
    best_results = [mx my mz et];
end

```

```

        end
    end
end
dipole_found = [dipole_found; (t-1)*2 , best_results]; % t mx my mz error -- be
end
disp('finished');

%%
all_instants_u_final = [];
for t=1:61

    mx = dipole_found(t,3);
    my = dipole_found(t,4);
    mz = dipole_found(t,5);

    u = zeros(nn,1);
    f = zeros(nn,1);

    dp_mom = [mx , my, mz];
    dp_module = sqrt(mx^2 + my^2 + mz^2);

    pot_esf = [];
    %CALCULATE POTENTIAL AT EACH NODE ON THE SPHERE -- our model for tl
    for i=1:nn_esf
        node_number = esfera_nodes(i);
        nx = nodes(node_number,1); ny = nodes(node_number,2); nz = nodes
        r_vector = [nx - dp_ctr(1), ny - dp_ctr(2),  nz - dp_ctr(3)];
        r_dist = sqrt(r_vector(1)^2 + r_vector(2)^2 + r_vector(3)^2 ); %
        pot = sum(r_vector.*dp_mom)*(1/(4*pi*k_inf*(r_dist^3)));

        pot_esf = [pot_esf; node_number, pot];
        %u(node) = pot; already sets boundary conditions
    end %output is pot_esf

    % INPUT SPHERE NODES AS AN INPUT TO THE FORWARD PROBLEM

    for i=1:size(pot_esf,1)

```

---

```

        node = pot_esf(i,1);
        u(node) = pot_esf(i,2);
    end %output is u() with sphere potentials

%INPUT BOUNDARY CONDITION TO FORWARD PROBLEM
    K_final = K;
    f_final = f;

%change K matrix
%boundary condition of first node = 0
    K_final(1,:) = 0;
    K_final(:,1) = 0;
    K_final(1,1) = 1;

%change K matrix
    for i = 2:nn
        if u(i,1)~= 0
            for j=1:nn
                K_final(i,j)= 0;
                f_final(j,1)= f_final(j,1) - K_final(j,i)*u(i,1);
                K_final(j,i)= 0;
            end
            K_final(i,i) = 1;
            f_final(i,1) = u(i,1);
        end
    end %output is K_final and f_final

%SOLVE PROBLEM
    u_final = linsolve(K_final,f_final);

    all_instants_u_final = [all_instants_u_final , [t; u_final]];
end
disp('finished');
%% compare pairs

% z de 0 a 60 é cinta
% y> 0

```

```

nodes_ok = [];
for i=1:nn_surf
    node = lateral_nodes(i,1);
    x = nodes(node,1); y=nodes(node,2); z=nodes(node,3);

    if ((z>0.06 || z<0) && y<0.0915)
        nodes_ok = [nodes_ok; node];
    end
end

n_ok_size = size(nodes_ok,1);
%%
diff_table = [];
for i=1:n_ok_size-1
    node_i = nodes_ok(i,1)+1;
    for j=i+1:n_ok_size
        node_j = nodes_ok(j,1)+1;
        for t=1:61
            pot_i = all_instants_u_final(node_i,t);
            pot_j = all_instants_u_final(node_j,t);
            diff_t = abs(pot_i-pot_j);
            diff_table = [diff_table; node_i node_j t diff_t]
        end
    end
end
end

```

### 10.1.2 Função para leitura da malha

```

%%open file test
function [nodes,elements,tampa1_nodes,tampa2_nodes,lateral_nodes,esfera_nodes]=
filename = 'ellipse_with_hole.msh';
fid = fopen(filename,'r');
tline = fgetl(fid);
tlines = cell(0,1);
while ischar(tline)
    tlines{end+1,1} = tline;
end

```

```
tline = fgetl(fid);
end
fclose(fid);

len = length(tlines);
read_nodes=0;
read_elements=0;
c_tlines = char(tlines);

nodes=[];
elements=[];
lines=[];
surfaces = [];

tampa1 = [];
tampa2 = [];
lateral = [];
esfera = [];

i=1;
%read_elements = 1;
while i<=len
    if strcmp(char(tlines(i,1)),$Nodes')
        read_nodes=1;
        i=i+2;
        continue
    end
    if strcmp(char(tlines(i,1)),$EndNodes')
        read_nodes=0;
        i=i+1;
        continue
    end
    if strcmp(char(tlines(i,1)),$Elements')
        read_elements=1;
        i=i+2;
        continue
    end
end
```

---

```

end
if strcmp(char(tlines(i,1)),$EndElements')
    read_elements=0;
    i=i+1;
    continue
end

if read_nodes==1
    [r_n] = strsplit(c_tlines(i,:), ' ');
    dn = str2double(r_n);
    nodes=[nodes;dn(2:4)];
end

if read_elements==1
    [r_e] = strsplit(c_tlines(i,:), ' ');
    de = str2double(r_e);
    % get the different element types; lines;
    if de(2) == 4
        elements=[elements;de(6:9)]; %these are tetrahedra
    elseif de(2) == 1
        lines = [lines;de(6:7)];
    elseif de(2) == 2
        %separate surfaces
        if de(5) == 3
            tampa1 = [tampa1;de(6:8)];
        elseif de(5) == 1
            lateral = [lateral;de(6:8)];
        elseif de(5) == 2
            tampa2 = [tampa2;de(6:8)];
        elseif de(5) == 4
            esfera = [esfera;de(6:8)];
        end
        % just a comment do make more readable
    end
    %all matrices with diff elements are created
end
i=i+1;
end

```



```
%get a list of nodes for each surface
pre_tampa1_nodes = reshape(tampa1,[size(tampa1,1)*size(tampa1,2),1]);
tampa1_nodes = unique(pre_tampa1_nodes);

pre_tampa2_nodes = reshape(tampa2,[size(tampa2,1)*size(tampa2,2),1]);
tampa2_nodes = unique(pre_tampa2_nodes);

pre_lateral_nodes = reshape(lateral,[size(lateral,1)*size(lateral,2),1]);
lateral_nodes = unique(pre_lateral_nodes);

pre_esfera_nodes = reshape(esfera,[size(esfera,1)*size(esfera,2),1]);
esfera_nodes = unique(pre_esfera_nodes);

end
```

### 10.1.3 Função para exportar potencial elétrico calculado para gmsh

```
function write_gmsh_vectorfield(nnodes,filename,field_vector)

fid = fopen(filename,'w');

fprintf(fid,'$MeshFormat\n');
fprintf(fid,'2 0 8\n');
fprintf(fid,'$EndMeshFormat\n');
fprintf(fid,'$NodeData\n');
fprintf(fid,'1\n');
fprintf(fid,'"Tensao Padrao 1 (V)"\n');
fprintf(fid,'1\n');
fprintf(fid,'0.0\n');
fprintf(fid,'3\n');
fprintf(fid,'0\n');
fprintf(fid,'1\n');
fprintf(fid,'%1i\n',nnodes);

for i=1:nnodes
    A = [i, field_vector(i)];
```

---

```
        formatSpec = '%1i %4.4f\n';  
        fprintf(fid,formatSpec,A);  
    end  
  
    fprintf(fid,'$EndNodeData\n');  
  
    fclose(fid);  
end
```